

**வடமாகாணக் கல்வித் தினைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டமானாறு வெளிக்கள் நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பர்ட்சை, நவம்பர் - 2019**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province  
Term Examination, November - 2019**

தரம் :- 13 (2020)

இணைந்த கணிதம் I - A

தேர்ம் : உண்மைத்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

- அறிவுறுத்தல்கள்**
- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
  - பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடையளிப்பதுக்காக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பர்ட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
  - வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பர்ட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் I		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - I A

1. கணிதத்தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கும்  $3^n - 1$  ஆனது 2 இனால் வகுபடுமெனக் காட்டுக.

2.  $y = |2x - 1|$ ,  $y = x$  ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக. சமனிலி  $|2x - 1| < x$  ஜத் திருப்திப்படுத்தும்  $x$  இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து, சமனிலி  $2|x - 1| < x$  ஜத் தீர்க்க.

- $$3. \quad x, y, z \in \mathbb{R}^+ \text{ இற்கு } \frac{\log x}{3} = \frac{\log y}{4} = \frac{\log z}{7} \text{ எனின் } x^2 z^2 = y^5 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

4.  $k \neq 0$  இற்கு  $f(x) = kx^2 - 2x + k$  எனக் கொள்வோம்.  $f(x) = 0$  என்ற சமன்பாட்டிற்கு நேரான மெய்மூலங்கள் இருப்பின்  $k$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(a-3)3x - \tan x] \sin 3x}{x^2} = 0$  எனின் மாறிலி  $a$  யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. நீள்வளையம்  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  மீதுள்ள புள்ளி  $P(x_1, y_1)$  இல் வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாடு  $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $a, b, \epsilon \mathbb{R}^+$

7.  $\frac{d}{dx} \{ \ln(x + \sqrt{x^2 + 4}) \} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$  எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து  $\int \frac{x + \sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$  ஜப் பெறுமானங்கணிக்க.

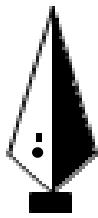
.....  
 .....

8.  $y = 4 - x^2$  என்னும் வளையியை பரும்படியாக வரைக. இவ் வளையியினாலும்  $x$  அச்சினாலும் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவை  $x$  அச்சைப்பற்றி நான்கு செங்கோணங்களினாடாகச் சமற்றும்போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு  $\frac{512}{15} \pi$  கன அலகுகள் எனக் காட்டுக.

.....  
 .....

9.  $0 < x < 1$  இதற்கு பொருத்தமான பிரதியியீட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் அல்லது வேறுவழியாக  $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \frac{2\pi}{3}$  என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

10. யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC யில் வழமையான குறியீடுகளுடன்  $\frac{\sin(B-C)}{\sin A} = \frac{b^2 - c^2}{a^2}$  எனக் காட்டுக.



FWC

**வடமாகாணக் கல்வித் தினைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டமானாறு வெளிக்கள் நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பர்ட்சை, நவம்பர் - 2019**

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province  
Term Examination, November - 2019

தரம் :- 13 (2020)

இணைந்த கணிதம் II - A

நேரம் : முன்று மணித்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்

கட்டெண்

--	--	--	--	--	--	--

**அறிவுறுத்தல்கள்**

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடையளிப்பதுக்காக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பர்ட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பர்ட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

**இணைந்தகணிதம் II**

பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்	

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

- 1) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி P இல் இருந்து நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி புவியீர்ப்பின் கீழ் ஒரு துணிக்கை ஏறியப்படும் அதே கணத்தில் P இற்கு நேர்மேலே உள்ள புள்ளி Q இல் இருந்து ஒரு துணிக்கை புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக கீழே விழ விடப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் புள்ளி R இல் ஒன்றை ஒன்று சந்திக்கும் போது அவற்றின் கதிகள் சமன் எனில் இரு துணிக்கைகளுக்குமாக வேக நேரவரையை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து வரைபில் இருந்து  $PR = 3RQ$  எனக் காட்டுக.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

- 2) ஒரு குறித்த நாளில் பிற்பகல் 2.00 மணியளவில் கப்பல் B ஆனது கப்பல் A இற்கு வடக்கே  $96\sqrt{3} \text{ km}$  தூரத்தில் காணப்பட்டது. கப்பல் B ஆனது கிழக்கு நோக்கி சீரான வேகம்  $16 \text{ km/h}$  உடன் செல்லும் அதே வேளை கப்பல் A ஆனது கிழக்குக்கு மூலம் வடக்கு திசையில்  $32 \text{ km/h}$  உடன் செல்கின்றது. கப்பல் A ஆனது B ஜ சந்திப்பின் சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் கப்பல் A ஆனது எத்தனை மணிக்கு கப்பல் B ஜ சந்திக்கும் எனக் காண்க.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

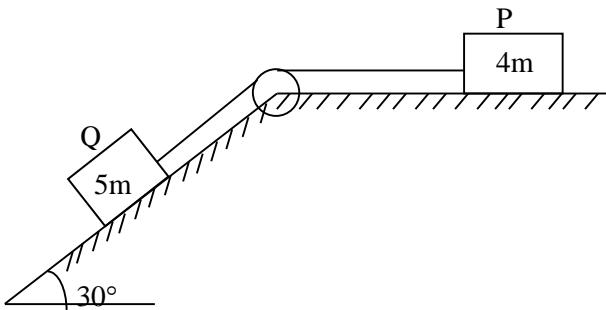
- 3) முறையே 2kg, 5kg திணிவுள்ள இரு சம ஆரையுள்ள கோளங்கள் A, B என்பன ஒர் ஓப்பமான கிடைமேசை மீது வைக்கப்பட்டு அவற்றின் மையமினை கோட்டின் வழியே AB திசையில் முறையே  $4\text{ms}^{-1}$ ,  $2\text{ms}^{-1}$  வேகங்கள், கொடுக்கப்படுகின்றன. A, B இன் மோதுகையினால் ஏற்படும் கணக்தாக்கு 5 Ns எனில் இரு கோளங்களுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகத்தைக் காண்க.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

- 4) 900kg திணிவுள்ள வண்டி ஒன்று 1200kg திணிவுள்ள காரினால் இலேசான நீளா இழையின் மூலம் பிணைக்கப்பட்டு கிடையுடன் அ சாய்வுள்ள வீதியில் சீரான வேகத்துடன் மேலே இழுத்துச் செல்லப்படுகின்றது.. இயக்கத்தின் போது காரின் இஞ்சினின் உருற்றுவிசை 2700N ஆகவும் கார், வண்டி என்பவற்றின் இயக்கங்களுக்கான மாறா தடைவிசைகள் முறையே 150N, 240N ஆகவும் இருப்பின். கிடைத்தரையில் இயங்கும் போது காரின் ஆர்மூடுகல் f ஜயும் அ ஜயும் காண்க.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

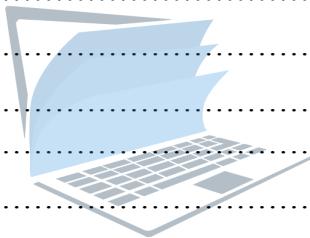
- 5) கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி ஒன்றில் இருந்து கிடை, நிலைக்குத்து வேகங்கள் முறையே  $U, V$  ( $V > 2g$ ) ஆகுமாறு நிலைக்குத்து தளத்தில் ஏறியப்படும் துணிக்கை 2 s இல் துணிக்கையின் வேகம் கிடையுடன்  $45^\circ$  திசையில் இருப்பின்  $U, V$  ஜ கண்டு துணிக்கையின் கிடைவீச்சைக் காண்க. இங்கு துணிக்கையின் ஏறியக் கோணம்  $60^\circ$  ஆகும்.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

- 6) 5m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஒரு கரடான மேசைத்து வைக்கப்பட்டு ஓர் இலோசான நீள இழையின் நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு கிடையாக மேசையின் விளிம்பில் உள்ள ஒர் சிறிய லேசான ஒப்பமாக கப்பியின் மேலாகச் சென்று 3m திணிவுள்ள துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மேசைக்கும் துணிக்கை P க்கு இடையிலான உராய்வு குணகம்  $\frac{2}{5}$  எனில் இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படின் துணிக்கைகளின் ஆர்மூகலையும், இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

7)



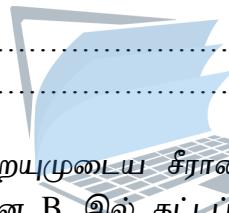
படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு  $4m$ ,  $5m$  திணிவுள்ள துணிக்கைகள்  $P$ ,  $Q$  என்பன முறையே ஓர் ஒப்பமான தளம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டு நீள இழையினால் இணைக்கப்பட்டு இழை இருக்கமாக இருக்க தொகுதி ஒய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படின் சக்திக் காப்பு விதியை பயன்படுத்துவதன் மூலம் தொகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.



- 8) 1 நீளமான  $W$  நிறையும் உடைய சீரான கோல்  $AB$  இன் மூனை  $A$  ஆனது கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு பிணைக்கப்பட்டு மூனை  $B$  ஆனது ஓர் இலேசான நீணா இழைக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையானது  $A$  இற்கு நேர்மேலே  $2l$  உயரத்தில் உள்ள ஒப்பமான கப்பி  $C$  யின் மேலாக சென்று ஒரு நிறை  $W_1$  ஜ தாங்கியவாறு  $A\hat{B}C = 90^\circ$  ஆகுமாறு சமநிலையில் உள்ளது.

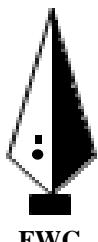
1.  $W_1$  ஜ  $W$  இல் காண்க.
2. பிணையில்  $A$  இல் உள்ள மறுதாக்கத்தை காண்க.

9)  $a, b, c$  என்பன  $|b| = 4$  ஆகவும்  $a, c$  அலகுகாவிகளாகவும் இருக்க  $a, c$  க்கு கிடைப்பட்ட கோணம்  $\tan^{-1}(\sqrt{15})$  ஆகவும்,  $\alpha a = b - 2c$  ஆகவும் இருப்பின்  $\alpha$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க



10) AB என்பது 2a நீளமும் W நிறையுமடைய சீரான கோல் முனை A கரடான நிலைக்குத்து கவரில் பொறுத்திருக்க, மறுமுனை B இல் கட்டப்பட்டுள்ள நீளா இழையின் மறு முனை A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சுவரிலுள்ள புள்ளி C இற்கு கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையானது கோலுடனும் சுவருடனும் சமசாய்வு ஏ கோணத்தில் இருப்பின்  $\tan \alpha \leq \mu$  எனக் காட்டுக.

agaram.lk



**வடமாகாணக் கல்வித் தினைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**தவணைப் பர்ட்சை, நவம்பர் - 2019**

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru

In Collaboration with Provincial Department of Education

Northern Province

Term Examination, November - 2019

**தரம் :- 13 (2020)**

**இணைந்த கணிதம் I - B**

குட்டைண்						
----------	--	--	--	--	--	--

11. a) i)  $\lambda \in \mathbb{R}$  எனவும்  $f(x) = x^2 - (\lambda - 5)x + (3\lambda - 20)$  எனவும் கொள்வோம்  $f(x) = 0$  என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  என்பன  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 1$  ஆகுமாறுள்ளன. மேற்படி சமன்பாடானது  $\lambda$  இல் ஒர் இருபடிச்சமன்பாக ஒடுங்குமெனக் காட்டுக. இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\lambda_1, \lambda_2$  எனின்  $\lambda_1^3 + \lambda_2^3 = 2014$  எனக்காட்டுக.
- ii)  $f(x) = 0$  எனும் சமன்பாடானது கற்பனை மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின்  $\lambda$ இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
- b)  $G(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 5$  என்க  $G(x)$  இன் ஒரு காரணி  $(x - 1)$  எனக்காட்டுக.  $G(x) = (x-1) h(x)$  ஆகுமாறு  $h(x)$ ஐக் காண்க.  $(x-1)$  என்பது  $h(x)$ இன் காரணி எனக் காட்டுக.  $h(x) = (x-1) \phi(x)$  ஆகுமாறு  $\phi(x)$  ஐக் காண்க.  $x$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும்  $G(x) \geq 0$  என்பதை உய்த்தறிக.
12. a) முதற் தத்துவத்திலிருந்து  $x$  குறித்து  $\tan x$  இன் வகையீட்டுக் குணகத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து  $x$  குறித்து  $\tan^{-1}x$  இன் வகையீட்டுக் குணகத்தைக் காண்க.  
பின்வரும் சார்புகளை  $x$  குறித்து வகையிட்டுச் சுருக்குக.
- i)  $\tan x \ln(\tan x)$
- ii)  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  ; இங்கு  $-1 < x < 1$
- b)  $x = a(2\theta + \sin 2\theta)$   
 $y = a(1 - \cos 2\theta)$  எனக் கொள்வேம்; இங்கு  $a$  ஒரு மாறிலி  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$  ஆகியவற்றை  $\theta$  இன் சார்பில் காண்க.
- c)  $y = x + \tan x$  எனின்  $\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} - 2y + 2x = 0$  எனக் காட்டுக.

13. a)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3$  எனக் கொள்வோம்.

$$f'(x) = x^2(x-3)$$

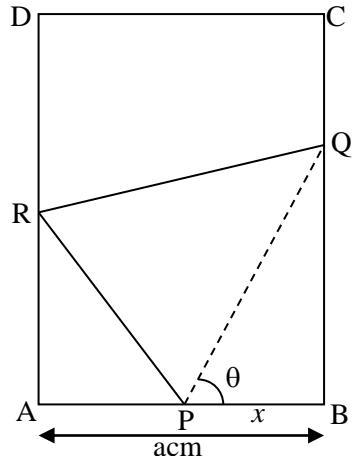
$$f''(x) = 3x(x-2)$$

காட்டுக.

இங்கு  $f'(x), f''(x)$  என்பன முறையே  $f(x)$  இன் முதலாம், இரண்டாம் பெறுதிகளாகும்.

திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப்புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி  $y = f(x)$  இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

- b) புத்தகமொன்றின் பக்கம் ABCD ஆனது உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.  $AB = acm$  ஆகும் உச்சி B ஆனது விளிம்பு AD ஜத் தொடக்கூடியவாறு மடிக்கப்பட்டுள்ளது.  $PB = x, B\hat{P}Q = \theta$  எனக் கொள்வோம்.  $x = \frac{a}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta$  எனக்காட்டுக. மடிக்கப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு A ஆனது  $A = \frac{a^2}{8} \operatorname{cosec}^3 \theta \sec \theta$  இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.  $x = \frac{2a}{3}$  ஆகும்போது A இழிவெனக் காட்டுக.



14) a)  $\int \frac{32}{x^4 - 16} dx$  ஜப் பகுதிப்பின்னங்களாக எடுத்துரைத்து, இதிலிருந்து  $\int \frac{32}{x^4 - 16} dx$  ஜக் காண்க.

b) i)  $\int \frac{1}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஜக் காண்க.

ii)  $\frac{d}{dx} (\sqrt{5-4x-x^2})$  ஜக் கண்டு இதிலிருந்து  $\int \frac{x+2}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஜக் காண்க. மேற்குறித்த தொகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி  $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஜக்காண்க.

c) பகுதிகளாக தொகையிடலைப்பயன்படுத்தி  $\int_1^{10} x^2 \ln x dx$  ஜக்காண்க.

15) a)  $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0, u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ஆகிய நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியினாடு செல்லும் நேர்கோடென்றின் பொதுச் சமன்பாடு  $u_1 + \lambda u_2 = 0$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $\lambda$  ஒரு பரமானம்

b) ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் முறையே  $x - 3y + 5 = 0, x + y + 1 = 0, 5x + y - 7 = 0$  ஆகும். முக்கோணியின் உச்சியின் ஆள்கூறுகளைக் கணிக்காமல் முக்கோணியின் நிமிர்மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

c)  $u = 0$  எனும் கோடு நிலைத்த புள்ளி  $A \equiv (h, k)$  இனாடு செல்கின்றது.  $u = 0, v = 0$  என்பவற்றின் படித்திறன்களின் பெருக்கம் 1 ஆகுமாறு உற்பத்தி O இனாடு செல்லும் நேர்கோடு  $v = 0$  ஆனது  $u = 0$  ஜ P இல் சந்தித்தால் P இன் ஒழுக்கு  $x^2 + y^2 - hx + ky = 0$  எனக்காட்டுக. மேலும் முக்கோணி OAP இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு  $x^2 + y^2 - hx + ky + \frac{2}{9}(h^2 - k^2) = 0$  எனவும் காட்டுக.

16)  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$  என்னும் இருவட்டங்களும் நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுமெனின்  $2gg' + 2ff' = c + c'$  எனக்காட்டுக.

a) (3, 4) எனும் புள்ளியினாடு செல்லும் வட்டம்  $S = 0$  ஆனது  $x^2 + y^2 = a^2$  எனும் வட்டத்தை நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுமாயின்  $S = 0$  இன் மையத்தின் ஒழுக்கு  $6x + 8y - (a^2 + 25) = 0$  எனக்காட்டுக.

b) (1,0), (-1, 0) எனும் புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச்சமன்பாட்டைக் காண்க. இவற்றில் இருவட்டங்கள்  $2x - y - 3 = 0$  எனும் கோட்டை தொடும் எண்ணிறுவி அவற்றின் சமன்படுகளைக் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களும் ஒன்றுக்கொன்று நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டும் எனவும் காட்டுக.

17) a)  $\tan(A + B)$  இன்விரிவை எழுதுக. இதனைப்பயன்படுத்தி  $\tan 2\theta = \frac{2\tan^2\theta}{1-\tan^2\theta}$  எனவும்  $\tan 3\theta = \frac{\tan\theta + \tan 2\theta}{1 - \tan\theta \tan 2\theta}$  எனவும் காட்டுக. இதனைப்பயன்படுத்தி or வேறுவிதமாக  $2\tan 3\theta - \tan 2\theta - \tan\theta = 0$  இனது தீர்வுகளைக் காண்க.

b) சைன்விதி, கோசைன் விதியை எழுதுக. ABCD ஒரு நாற்பக்கல் எனவும்  $AB = mCD$ ,  $AD = nBC$  எனவும் கொள்வோம். இங்கு  $m, n > 0$  ஆகும்.  $D\hat{A}B = D\hat{C}B = \theta (> 0)$   $A\hat{D}B = \alpha$ ,  $D\hat{B}C = \beta$  எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. பொருத்தமான முறையில் சைன் விதியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்  $\frac{nsin\alpha}{msin\beta} = \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin(\theta + \beta)}$  எனவும்  $m = n$  ஆயின்  $\alpha = \beta$  எனவும் காட்டுக.

c)  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$  எனக் காட்டுக.



**வடமாகாணக் கல்வித் தினைக்களத்துடன் கைந்து  
தொண்டமானாறு வளரிக்கள நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பரிட்சை, நவம்பர் - 2019**

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province  
Term Examination, November - 2019

**தரம் :- 13 (2020)**

**இணைந்த கணிதம் II - B**

11) a) ஒரு நேரான பாதையில் இயங்கும் பேருந்து ஒன்று A இல் இருந்து B வரையான முதல்  $192\text{ m}$  தூரத்திற்கு சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி B இல் பெற்ற வேகத்துடன்  $4\text{s}$  களுக்கு சீரான வேகத்துடன் இயங்கி C ஜ அடைந்து C இல் இருந்து சீரான அமர்முடுகலுடன்  $60\text{m}$  தூரம் இயங்கி D இல் ஓய்வடைகின்றது. A இல் பேருந்தின் வேகம்  $4\text{ms}^{-1}$  ஆகவும் A இல் இருந்து D வரையான இயக்கத்திற்கு எடுத்த மொத்த நேரம்  $26\text{ s}$  ஆகவும் இருப்பின்

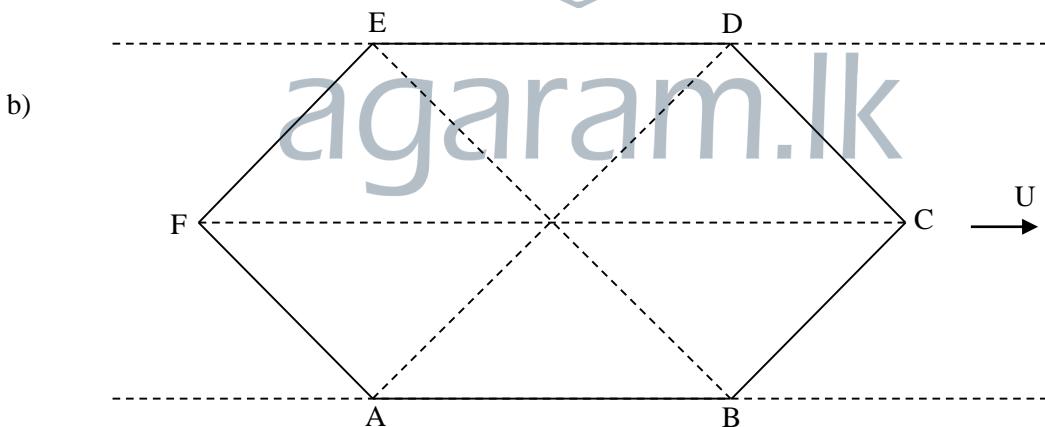
அ) A இல் இருந்து D வரையான பேருந்தின் இயக்கத்திற்கான வேகநேர வரைபை வரைக.

ஆ) வேக நேர வரைபை உபயோகித்து A இல் இருந்து B ரையான இயக்கத்திற்கும் C இல் இருந்து D வரையான இயக்கத்திற்கும் V இல் இரு கோவைகளை பெற்று V ஜ காண்க.

இ) A இல் இருந்து B வரையான இயக்கத்திற்கு பேருந்தின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

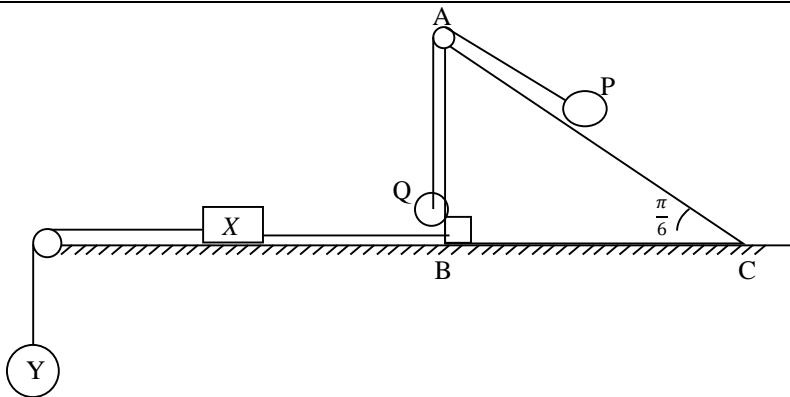
ஈ) C இல் இருந்து D வரையான இயக்கத்திற்கு பேருந்தின் அமர்முடுகலைக் காண்க.

உ) பேருந்து இயங்கிய மொத்த தூரத்தைக் காண்க.



சமாந்தர நேர்க்கரைகளை கொண்ட அகலம்  $2a\sqrt{3}$  ஆகவுள்ள ஒர் ஆறு சீரான வேகம் ப உடன் பாய்கின்றது. A,B,D,E என்பன கரைகளின் மீது உள்ள நான்கு புள்ளிகள் F,C என்பன ஆற்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட இரு குண்டுகள் ஆகும். படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ABCDEF ஆனது ஒர் ஒழுங்கான அறுகோணி வடிவில் அமைந்துள்ளது. ஆறு சார்பாக சீரான வேகம் V(V>U) உடன் நீந்தக்கூடிய P, Q, R,S என்னும் மனிதர்களை குண்டுகளை செயல்திழக்கச் செய்யும் நோக்குடன் P, Q ஆகியோர் முறையே A, B இல் இருந்து C ஜ நோக்கியும் R, S ஆகியோர் முறையே D, E இல் இருந்து F ஜ நோக்கியும் செல்கின்றனர். குண்டை செயலிழக்கச் செய்வதற்கு இருவர் தேவை எனில் P, Q, R, S ஆகியோரின் இயக்கங்களுக்கான வேகமுக்கோணிகளை சார்புவேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து குண்டு C செயல் இழக்கச் செய்யப்பட்டு எவ்வளவு நேரத்தின் பின் குண்டு F செயல் இழக்கச் செய்யப்படும் எனக் காண்க.

12)

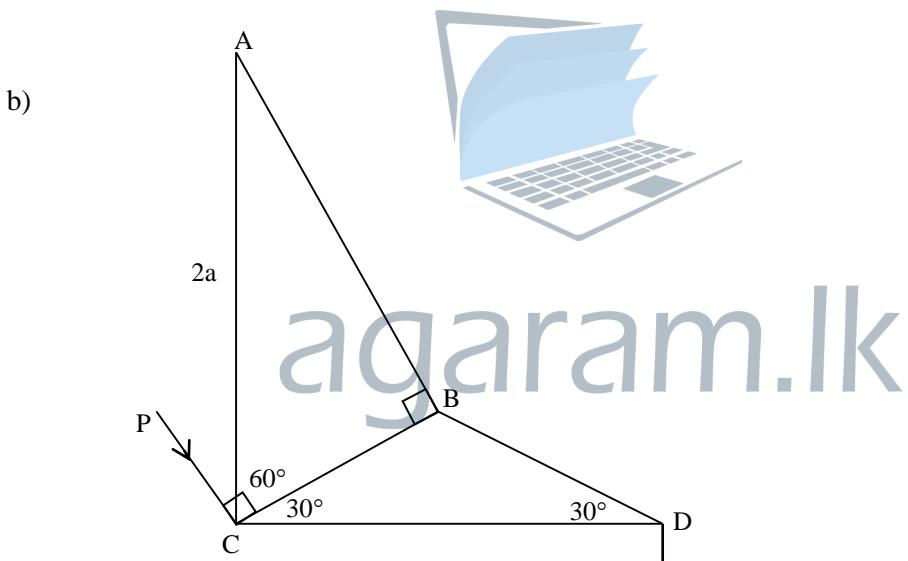
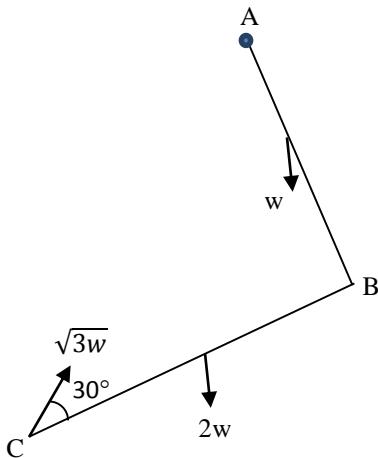


உருவில்  $ABC$  ஆனது திணவு  $4m$  ஆகவும்  $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ ,  $A\hat{C}B = \frac{\pi}{6}$  ஆகவும் உள்ள ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டாகும். முகம்  $BC$  ஒப்பமான நீளமாக மேசை மீது கிடக்க படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு உச்சி  $A$  இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான லேசான சிறிய கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் நீட்டமுடியாத  $l$  நீளமான இலேசான இழையின் ( $a < l < 2a$ ) நுனிகளுக்கு முறையே  $3m$ ,  $m$  திணிவுகளை உடைய  $P$ ,  $Q$  துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டும்  $B$  ற்கு இணைக்கப்பட்ட வேறோர் இலேசான இழையின் மற்றும் நுனி மேசை மீது உள்ள  $2m$  திணிவுள்ள துணிக்கை  $X$  இற்கும் இணைக்கப்பட்டு இன்னோர் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி  $X$  இற்கு இணைக்கப்பட்டு மேசையின் நுனியில் உள்ள இலேசான கப்பியின் மேலாக சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு  $4m$  திணிவுள்ள துணிக்கை  $Y$  ஜ தாங்குகிறது. ஆரம்பத்தில் இழைகள் யாவும் இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கை  $Q$  ஆனது  $B$  இற்கு அருகில் பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது. இங்கு  $AC = 2a$  ஆகும். தொடரும் இயக்கத்தில் இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கும் எனக்கொண்டு

1. தொகுதியில் தாக்கும் விசைகளையும் ஆப்பு, துணிக்கைகளின் ஆரம்புகல்களையும் தெளிவாக குறிக்க.
  2. ஆப்பு, துணிக்கைகள்  $P$ ,  $Q$ ,  $X$ ,  $Y$  இன் ஆரம்புகல்களை துணிவதற்கும் இழைகளில் உள்ள இழுவைகளை காண்பதற்குமான சமன்பாடுகளை பெறுக.
  3. துணிக்கை  $Q$  ஆனது  $A$ ஜ அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.
  4.  $Q$  ஆனது  $A$  ஜ அடையும்போது ஆப்பு இயங்கிய தூரத்தைக் காண்க.
- 13) a) a ஆரையும்  $w$  நிறையுமள்ள ஓர் ஒப்பமான வளையம் ஒருகிடையான மேசையில் நிலைக்குத்தாக நிற்கின்றது.  $m, m$  திணிவுகளையுடைய இரு சிறு மோதிரங்கள் வளையத்தில் கோர்க்கப்பட்டு அதியுயர் புள்ளியில் இருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன.
- i) ஒவ்வொரு மோதிரம் ட கோணத்தினுடாக எதிர்த்திசைகளில் திரும்பும்போது வளையத்தால் மோதிரம் ஒன்றில் ஏற்படுத்தப்படும் வெளிநோக்கிய மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
  - ii)  $mg > \frac{3w}{2}$  எனின் வளையம் மேசையை விட்டு எழும்பும் எனக்காட்டுக.
- b)  $M, m$  திணிவுள்ள சம ஆரையுள்ள ஒப்பமான இரு கோளங்கள்  $A, B$  என்பன ஒப்பமான கிடை மேசை மீது எதிர் எதிர் திசைகளில் இயங்கி முறையே  $U, V$  வேகங்களுடன் ஒன்றுடன் ஒன்று நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதலின் பின் கோளம்  $B$  ஆனது ஒய்வுடையின்  $v(m - em) = M(l + e)v$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $e$  இரு கோணங்களுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக்குணகம் ஆகும். மோதலின் பின் கோளம்  $A$  இல் செயற்படும் மாறா கிடை விசை காரணமாக கோளம்  $A$  ஆனது  $a$  தூரம் இயங்கி ஒய்வுடைகின்றது. எனின் அவ்விசையின் பருமன்  $\frac{Me^2(u+v)^2}{2a}$  எனக்காட்டுக.

- 14) a) O என்ற புள்ளியிலிருந்து கிடையுடன் α ஏற்றக்கோணத்தில் உ வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை வீசப்படுக்கின்றது. நேரம்  $t \left( \leq \frac{U \sin \alpha}{g} \right)$  இல் O இலிருந்து துணிக்கையின் ஏற்றக்கோணம் β ஆகும். போது துணிக்கையின் இயக்க திசை கிடையுடன் θ கோணத்தை அமைக்கிறது.  $2\tan \beta = \tan \theta + \tan \alpha$  எனக்காட்டுக. O ஊடான கிடைவீசுச்  $49m$  ஆகவும், அதியுயர் புள்ளியில் உள்ளபோது துணிக்கையின் ஏற்றக்கோணம்  $45^\circ$  ஆகவும் இருப்பின் α ஜை கண்டு α இன் அப் பெறுமானத்திற்கு எழியற்கதி உ ஜை காண்க. ( $g = 10\text{ms}^{-2}$  எனக்கொள்க)
- b) 400 தொண்டினிவுள்ள புகையிரதம் கிடையுடன்  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{200}\right)$  என்ற சாய்வான பாதையில் மேல்நோக்கி  $0.2 \text{ ms}^{-2}$  ஆர்மூடுகலுடன் செல்கிறது. எஞ்சினின் வலு  $700kW$  ஆகும். தடை  $Rkg / \text{தொன் எணின். கதி } 20\text{kmh}^{-1}$  ஆக இருக்கையில் R ஜைக் காண்க
- 15) a) α சாய்வுள்ள கரடானதளத்தில் m தினிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு கீழ் நோக்கி வழுக்குவதை தடுக்கும் முகமாக சாய்தளத்துடன் θ கோணத்தில் மேல்நோக்கி விசை P ஆனது பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கைக்கும் தளத்திற்குமான உராய்வுக் கோணம் λ எனில் எல்லைச் சமநிலையில் P ஜை m.θ, λ ஆகியவற்றில் கண்டு விசை P இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் கண்டு அதன் திசையையும் குறிப்பிடுக.
- b) 2a நீளமும் w நிறையுமின் சீரான கோல் AB இன் முனை A ஆனது கரடான கிடைத்தரையை தொட்டவாறு கிடையுடன்  $45^\circ$  சாய்விலும் கோலிலுள்ள புள்ளி C ( $AC = 0.75AB$ ) ஆனது ஓர் ஒப்பமான முளையின் மீது தங்க ஒய்வில் உள்ளது.
- அ) கோல் எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின் தரைக்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் μ ஜைக் காண்க.
- ஆ) B இல் W நிறை ஒன்று கட்டப்படின் சமநிலை சாத்தியமாவதற்கு μ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- 16) a) O குறித்து A, C என்றுள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $\underline{a}, \underline{a} + \underline{b}$  ஆகும்.  
 $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{2} \underline{a}$  ஆகுமாறு. D ஆனது ஓர் புள்ளி ஆகும். M என்பது  $AM : MC = 1 : 2$  ஆகுமாறு AC மீதுள்ள புள்ளி ஆகும்.  $OACR$  இணைகரமாகுமாறு R ஆனது ஓர் புள்ளி ஆகும். OC, RM என்பன K இல் இடைவெட்டுகின்றன.  $RK = \lambda RM, OK = \mu OC$  எனக் கொண்டு.
- i)  $R, M, \text{இன் தானக்காவிகளை } \underline{a}, \underline{b} \text{ இல் தருக.}$   
ii)  $R, M, D$  நேர்கோட்டிலுள்ளது எனக்காட்டுக.  
iii)  $\overrightarrow{RK}, \overrightarrow{OK}$  என்பவற்றை  $\underline{a}, \underline{b}, \lambda, \mu$  என்பவற்றில் காண்க.. பொருத்தமான காவிக்கூட்ட.லைப் பயன்படுத்தி  $\lambda, \mu$  யைக்காண்க  
 $OK : KC, \quad RK : KM$  என்பவற்றைக் காண்க.
- b) ABCDEF என்பது 4a பக்கமுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணி. அறுகோணியின் மையம் O. M என்பது CD இன் நடுப்புள்ளி OB ஜை X அச்சாகவும் OM ஜை Y அச்சாகவும் கொண்டு வழைமையான குறிப்பீடுகளில்  $2a_i - 2\sqrt{3}a_j, 2a_i + 2\sqrt{3}a_j, -4a_i$  ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே  $4P_i - \sqrt{3}P_j, -4P_i - \sqrt{3}P_j, 2\sqrt{3}P_j$  ஆகிய விசைகள் தாக்குகின்றன.

- i) தொகுதி இணைக்கு ஒடுங்குமெனக் காட்டுக.
- ii) தொகுதியுடன்  $\overline{FC}$  வழியே 2P மேலதிக விசை சேர்க்கப்படின் ஒடுங்கும் தனிவிசையின் பருமன், திசை, தாக்கக்கோடு என்பவற்றைக் காண்க.
- 17) a) ஒவ்வொன்றும்  $2a$  நீளமும்  $w$ ,  $2w$  நிறையுடைய  $AB$ ,  $BC$  என்ற கோல்கள்  $B$  ல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முனை  $A$  ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது.  $AB$ ,  $BC$  நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணங்கள் முறையே  $\alpha, \beta$  ஆகும். படத்தில் உள்ளவாறு  $C$  இல்  $CB$  உடன்  $30^\circ$  கோணத்தில் பிரயோகிக்கப்படும்  $\sqrt{3}w$  என்ற விசையால் சமநிலையில் பேணப்படுகின்றது.  $\alpha, \beta$  ஜூம் மூட்டு  $B$  இதுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.



$AB, BC, BD, CD, AC$  ஆகிய இலோசன கோல்களாலான சட்டப்படல் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. நிலைத்த புள்ளி A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. Dல் W நிறையும் C இல் P என்ற விசையும் பிரயோகிக்கப்படுகின்றன. CD கிடையானது. போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி மூட்டுக்களுக்கு தகைப்புவரிப்படம் வரைக. அதிலிருந்து

- கோல்களிலுள்ள இழைவை, உதைப்புகளை வேறுபடுத்திக் காட்டி அவற்றைக் காண்க.
- P இன் பெறுமானத்தை வரைபிலிருந்து காண்க.