



FWC

**வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019**

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province  
Term Examination, November - 2019

தரம் :- 13 (2020)

இணைந்த கணிதம் I - A

நேரம் : மூன்று மணித்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்

கூடுதல்

**அறிவுறுத்தல்கள்**

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

**இணைந்தகணிதம் I**

பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்













**வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019**

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province  
Term Examination, November - 2019

தரம் :- 13 (2020)

இணைந்த கணிதம் II - A

நேரம் : மூன்று மணித்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்

கூடுதல்

**அறிவுறுத்தல்கள்**

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

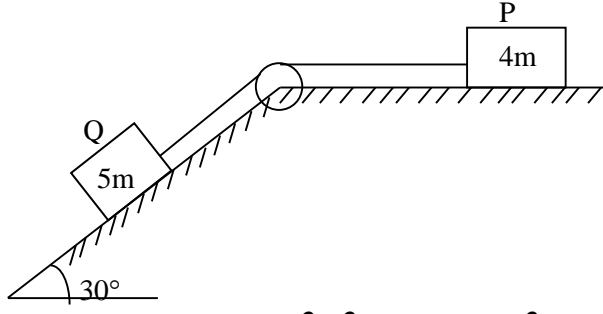








7)



படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு 4m, 5m திணிவுள்ள துணிக்கைகள் P, Q என்பன முறையே ஓர் ஒப்பமான தளம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டு நீள இழையினால் இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படின் சக்திக் காப்பு விதியை பயன்படுத்துவதன் மூலம் தொகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

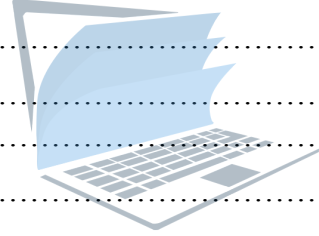
.....

.....

.....

.....

.....



8)  $l$  நீளமுள்ள  $W$  நிறையும் உடைய சீரான கோல்  $AB$  இன் முனை  $A$  ஆனது கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு பிணைக்கப்பட்டு முனை  $B$  ஆனது ஓர் இலேசான நீளா இழைக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையானது  $A$  இற்கு நேர்மேலே  $2l$  உயரத்தில் உள்ள ஒப்பமான கப்பி  $C$  யின் மேலாக சென்று ஒரு நிறை  $W_1$  ஐ தாங்கியவாறு  $\angle ABC = 90^\circ$  ஆகுமாறு சமநிலையில் உள்ளது.

1.  $W_1$  ஐ  $W$  இல் காண்க.
2. பிணையில்  $A$  இல் உள்ள மறுதாக்கத்தை காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9)  $a, b, c$  என்பன  $|b| = 4$  ஆகவும்  $a, c$  அலகுகாவிகளாகவும் இருக்க  $a, c$  க்கு கிடைப்பட்ட கோணம்  $\tan^{-1}(\sqrt{15})$  ஆகவும்,  $\alpha$   $a = b - 2c$  ஆகவும் இருப்பின்  $\alpha$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

10) AB என்பது  $2a$  நீளமும் W நிறையுமுடைய சீரான கோல் முனை A கரடான நிலைக்குத்து சுவரில் பொறுத்திருக்க, மறுமுனை B இல் கட்டப்பட்டுள்ள நீளா இழையின் மறு முனை A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சுவரிலுள்ள புள்ளி C இற்கு கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையானது கோலுடனும் சுவருடனும் சமசாய்வு  $\alpha$  கோணத்தில் இருப்பின்  $\tan \alpha \leq \mu$  எனக் காட்டுக.



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்  
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru  
In Collaboration with Provincial Department of Education  
Northern Province

Term Examination, November - 2019

தரம் :- 13 (2020)

இணைந்த கணிதம் I - B

கூடுதல்

11. a) i)  $\lambda \in \mathbb{R}$  எனவும்  $f(x) = x^2 - (\lambda - 5)x + (3\lambda - 20)$  எனவும் கொள்வோம்  $f(x) = 0$  என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  என்பன  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 1$  ஆகுமாறுள்ளன. மேற்படி சமன்பாடானது  $\lambda$  இல் ஓர் இருபடிச்சமன்பாடாக ஒடுங்குமெனக் காட்டுக. இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\lambda_1, \lambda_2$  எனின்  $\lambda_1^3 + \lambda_2^3 = 2014$  எனக்காட்டுக.

ii)  $f(x) = 0$  எனும் சமன்பாடானது கற்பனை மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின்  $\lambda$  இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

b)  $G(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 5$  என்க  $G(x)$  இன் ஒரு காரணி  $(x - 1)$  எனக்காட்டுக.  $G(x) = (x - 1)h(x)$  ஆகுமாறு  $h(x)$  ஐக் காண்க.  $(x - 1)$  என்பது  $h(x)$  இன் காரணி எனக் காட்டுக.  $h(x) = (x - 1)\phi(x)$  ஆகுமாறு  $\phi(x)$  ஐக் காண்க.  $x$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும்  $G(x) \geq 0$  என்பதை உய்த்தறிக.

12. a) முதற் தத்துவத்திலிருந்து  $x$  குறித்து  $\tan x$  இன் வகையீட்டுக் குணகத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து  $x$  குறித்து  $\tan^{-1}x$  இன் வகையீட்டுக் குணகத்தைக் காண்க. பின்வரும் சார்புகளை  $x$  குறித்து வகையீட்டுச் சுருக்குக.

i)  $\tan x \ln(\tan x)$

ii)  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  ; இங்கு  $-1 < x < 1$

b)  $x = a(2\theta + \sin 2\theta)$

$y = a(1 - \cos 2\theta)$  எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $a$  ஒரு மாறிலி  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$  ஆகியவற்றை  $\theta$  இன் சார்பில் காண்க.

c)  $y = x + \tan x$  எனின்  $\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} - 2y + 2x = 0$  எனக் காட்டுக.

13. a)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3$  எனக் கொள்வோம்.

$$f'(x) = x^2(x-3) \text{ எனவும்}$$

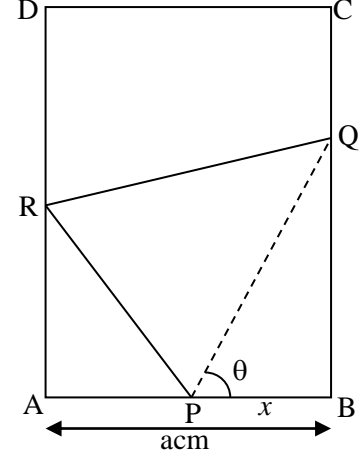
$$f''(x) = 3x(x-2) \text{ எனவும்}$$

காட்டுக.

இங்கு  $f'(x), f''(x)$  என்பன முறையே  $f(x)$  இன் முதலாம், இரண்டாம் பெறுதிகளாகும்.

திரும்பப் புள்ளி, விபத்திப்புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி  $y = f(x)$  இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

- b) புத்தகமொன்றின் பக்கம் ABCD ஆனது உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.  $AB = a$  cm ஆகும் உச்சி B ஆனது விளிம்பு AD ஐத் தொடக்கடியவாறு மடிக்கப்பட்டுள்ளது.  $PB = x$ ,  $\angle BPQ = \theta$  எனக் கொள்வோம்.  $x = \frac{a}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta$  எனக்காட்டுக. மடிக்கப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு A ஆனது  $A = \frac{a^2}{8} \operatorname{cosec}^3 \theta \sec \theta$  இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.  $x = \frac{2a}{3}$  ஆகும்போது A இழிவெனக் காட்டுக.



14) a)  $\frac{32}{x^4-16}$  ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக எடுத்துரைத்து, இதிலிருந்து  $\int \frac{32}{x^4-16} dx$  ஐக் காண்க.

b) i)  $\int \frac{1}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஐக் காண்க.

ii)  $\frac{d}{dx} (\sqrt{5-4x-x^2})$  ஐக் கண்டு இதிலிருந்து  $\int \frac{x+2}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஐக் காண்க. மேற்குறித்த தொகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி  $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$  ஐக்காண்க.

c) பகுதிகளாக தொகையிடலைப்பயன்படுத்தி  $\int_1^{10} x^2 \ln x dx$  ஐக்காண்க.

15) a)  $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ,  $u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ஆகிய நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடு செல்லும் நேர்கோடொன்றின் பொதுச் சமன்பாடு  $u_1 + \lambda u_2 = 0$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $\lambda$  ஒரு பரமானம்

b) ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் முறையே  $x - 3y + 5 = 0$ ,  $x + y + 1 = 0$ ,  $5x + y - 7 = 0$  ஆகும். முக்கோணியின் உச்சியின் ஆள்கூறுகளைக் கணிக்காமல் முக்கோணியின் நிமிர்மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

c)  $u = 0$  எனும் கோடு நிலைத்த புள்ளி  $A \equiv (h, k)$  இனூடு செல்கின்றது.  $u = 0$ ,  $v = 0$  என்பவற்றின் படித்திறன்களின் பெருக்கம் 1 ஆகுமாறு உற்பத்தி O இனூடு செல்லும் நேர்கோடு  $v = 0$  ஆனது  $u = 0$  ஐ P இல் சந்தித்தால் P இன் ஒழுக்கு  $x^2 + y^2 - hx + ky = 0$  எனக்காட்டுக. மேலும் முக்கோணி OAP இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு  $x^2 + y^2 - hx + ky + \frac{2}{9}(h^2 - k^2) = 0$  எனவும் காட்டுக.

16)  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$  என்னும் இருவட்டங்களும் நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுமெனின்  $2gg' + 2ff' = c + c'$  எனக்காட்டுக.

a) (3, 4) எனும் புள்ளியினூடு செல்லும் வட்டம்  $S = 0$  ஆனது  $x^2 + y^2 = a^2$  எனும் வட்டத்தை நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுமாயின்  $S = 0$  இன் மையத்தின் ஒழுக்கு  $6x + 8y - (a^2 + 25) = 0$  எனக்காட்டுக.

b) (1,0), (-1, 0) எனும் புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச்சமன்பாட்டைக் காண்க. இவற்றில் இருவட்டங்கள்  $2x - y - 3 = 0$  எனும் கோட்டை தொடும் எனநிறுவி அவற்றின் சமன்படுகளைக் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களும் ஒன்றுக்கொன்று நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டும் எனவும் காட்டுக.

17) a)  $\tan(A + B)$  இன்விரிவை எழுதுக. இதனைப்பயன்படுத்தி  $\tan 2\theta = \frac{2\tan^2\theta}{1-\tan^2\theta}$  எனவும்  $\tan 3\theta = \frac{\tan\theta + \tan 2\theta}{1 - \tan\theta \tan 2\theta}$  எனவும் காட்டுக. இதனைப்பயன்படுத்தி or வேறுவிதமாக  $2\tan 3\theta - \tan 2\theta - \tan\theta = 0$  இனது தீர்வுகளைக் காண்க.

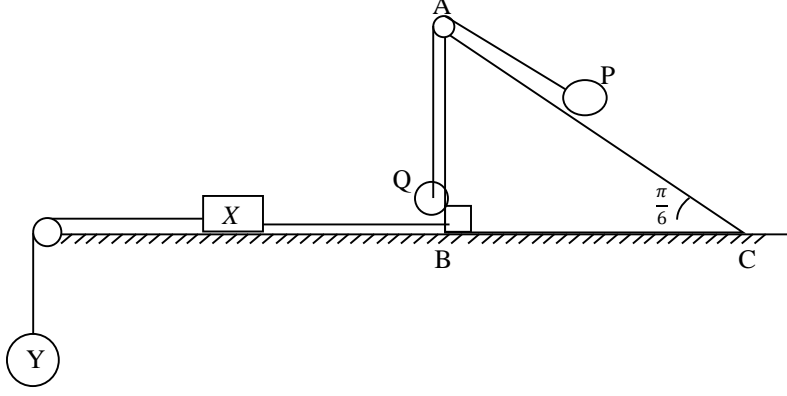
b) சைன்விதி, கோசைன் விதியை எழுதுக. ABCD ஒரு நாற்பக்கல் எனவும்  $AB = mCD$ ,  $AD = nBC$  எனவும் கொள்வோம். இங்கு  $m, n > 0$  ஆகும்.  $\hat{D}AB = \hat{D}CB = \theta (> 0)$ ,  $\hat{A}DB = \alpha$ ,  $\hat{D}BC = \beta$  எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. பொருத்தமான முறையில் சைன் விதியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்  $\frac{n \sin \alpha}{m \sin \beta} = \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin(\theta + \beta)}$  எனவும்  $m = n$  ஆயின்  $\alpha = \beta$  எனவும் காட்டுக.

c)  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$  எனக் காட்டுக.





12)



உருவில்  $ABC$  ஆனது திணவு  $4m$  ஆகவும்  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$  ஆகவும் உள்ள ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டாகும். முகம்  $BC$  ஒப்பமான நீளமாக மேசை மீது கிடக்க படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு உச்சி  $A$  இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான லேசான சிறிய கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் நீட்டமுடியாத  $l$  நீளமான இலேசான இழையின் ( $a < l < 2a$ ) நுனிகளுக்கு முறையே  $3m$ ,  $m$  திணிவுகளை உடைய  $P$ ,  $Q$  துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டும்  $B$  ற்கு இணைக்கப்பட்ட வேறோர் இலேசான இழையின் மற்றய நுனி மேசை மீது உள்ள  $2m$  திணிவுள்ள துணிக்கை  $X$  இற்கும் இணைக்கப்பட்டு இன்னோர் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி  $X$  இற்கு இணைக்கப்பட்டு மேசையின் நுனியில் உள்ள இலேசான கப்பியின் மேலாக சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு  $4m$  திணிவுள்ள துணிக்கை  $Y$  ஐ தாங்குகிறது. ஆரம்பத்தில் இழைகள் யாவும் இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கை  $Q$  ஆனது  $B$  இற்கு அருகில் பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது. இங்கு  $AC = 2a$  ஆகும். தொடரும் இயக்கத்தில் இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கும் எனக்கொண்டு

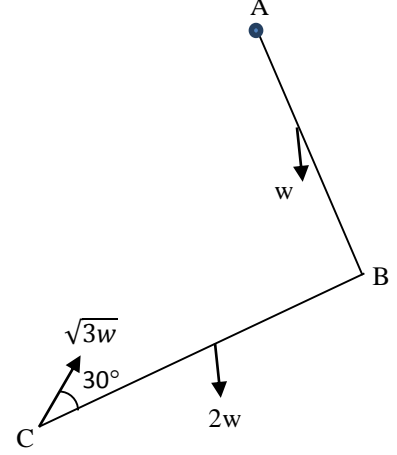
1. தொகுதியில் தாக்கும் விசைகளையும் ஆப்பு, துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களையும் தெளிவாக குறிக்க.
2. ஆப்பு, துணிக்கைகள்  $P$ ,  $Q$ ,  $X$ ,  $Y$  இன் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கும் இழைகளில் உள்ள இழுவைகளை காண்பதற்குமான சமன்பாடுகளை பெறுக.
3. துணிக்கை  $Q$  ஆனது  $A$  ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.
4.  $Q$  ஆனது  $A$  ஐ அடையும்போது ஆப்பு இயங்கிய தூரத்தைக் காண்க.

- 13) a) a ஆரையும்  $w$  நிறையுமுள்ள ஓர் ஒப்பமான வளையம் ஒருகிடையான மேசையில் நிலைக்குத்தாக நிற்கின்றது.  $m$ ,  $m$  திணிவுகளையுடைய இரு சிறு மோதிரங்கள் வளையத்தில் கோர்க்கப்பட்டு அதியுயர் புள்ளியில் இருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன.
- i) ஒவ்வொரு மோதிரமும்  $\theta$  கோணத்தினூடாக எதிர்த்திசைகளில் திரும்பும்போது வளையத்தால் மோதிரம் ஒன்றில் ஏற்படுத்தப்படும் வெளிநோக்கிய மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
  - ii)  $mg > \frac{3w}{2}$  எனின் வளையம் மேசையை விட்டு எழும்பும் எனக்காட்டுக.
- b)  $M$ ,  $m$  திணிவுள்ள சம ஆரையுள்ள ஒப்பமான இரு கோளங்கள்  $A$ ,  $B$  என்பன ஒப்பமான கிடை மேசை மீது எதிர் எதிர் திசைகளில் இயங்கி முறையே  $U$ ,  $V$  வேகங்களுடன் ஒன்றுடன் ஒன்று நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதலின் பின் கோளம்  $B$  ஆனது ஓய்வடையின்  $v(m - em) = M(l + e)u$  எனக் காட்டுக. இங்கு  $e$  இரு கோளங்களுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக்குணகம் ஆகும். மோதலின் பின் கோளம்  $A$  இல் செயற்படும் மாறா கிடை விசை காரணமாக கோளம்  $A$  ஆனது  $a$  தூரம் இயங்கி ஓய்வடைகின்றது. எனின் அவ்விசையின் பருமன்  $\frac{Me^2(u+v)^2}{2a}$  எனக்காட்டுக.

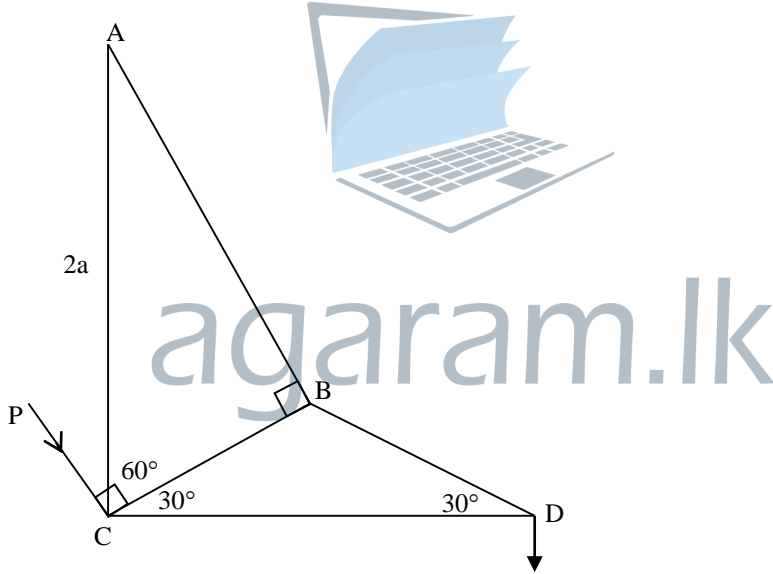
- 14) a) O என்ற புள்ளியிலிருந்து கிடைபுடன்  $\alpha$  ஏற்றக்கோணத்தில்  $u$  வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை வீசப்படுக்கின்றது. நேரம்  $t \left( \leq \frac{u \sin \alpha}{g} \right)$  இல் O இலிருந்து துணிக்கையின் ஏற்றக்கோணம்  $\beta$  ஆகும். போது துணிக்கையின் இயக்க திசை கிடைபுடன்  $\theta$  கோணத்தை அமைக்கிறது.  $2 \tan \beta = \tan \theta + \tan \alpha$  எனக்காட்டுக. O ஊடான கிடைவீச்சு  $49m$  ஆகவும், அதியுயர் புள்ளியில் உள்ளபோது துணிக்கையின் ஏற்றக்கோணம்  $45^\circ$  ஆகவும் இருப்பின்  $\alpha$  ஐ கண்டு  $\alpha$  இன் அப் பெறுமானத்திற்கு எறியற்கதி  $u$  ஐ காண்க. ( $g = 10ms^{-2}$  எனக்கொள்க)
- b) 400 தொன்திணிவுள்ள புகையிரதம் கிடைபுடன்  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{200}\right)$  என்ற சாய்வான பாதையில் மேல்நோக்கி  $0.2 ms^{-2}$  ஆர்முடுகலுடன் செல்கிறது. எஞ்சினின் வலு  $700kW$  ஆகும். தடை  $Rkg / தொன்$  எனின். கதி  $20kmh^{-1}$  ஆக இருக்கையில் R ஐக் காண்க
- 15) a)  $\alpha$  சாய்வுள்ள கரடானதளத்தில்  $m$  திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு கீழ் நோக்கி வழக்குவதை தடுக்கும் முகமாக சாய்தளத்துடன்  $\theta$  கோணத்தில் மேல்நோக்கி விசை  $P$  ஆனது பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கைக்கும் தளத்திற்குமான உராய்வுக் கோணம்  $\lambda$  எனில் எல்லைச் சமநிலையில்  $P$  ஐ  $m, \theta, \lambda$  ஆகியவற்றில் கண்டு விசை  $P$  இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் கண்டு அதன் திசையையும் குறிப்பிடுக..
- b) 2a நீளமும்  $w$  நிறையுமுள்ள சீரான கோல் AB இன் முனை A ஆனது கரடான கிடைத்தரையை தொட்டவாறு கிடைபுடன்  $45^\circ$  சாய்விலும் கோலிலுள்ள புள்ளி C ( $AC = 0.75AB$ ) ஆனது ஓர் ஒப்பமான முனையின் மீது தங்க ஓய்வில் உள்ளது.
- அ) கோல் எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின் தரைக்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம்  $\mu$  ஐக் காண்க.
- ஆ) B இல்  $W$  நிறை ஒன்று கட்டப்படின் சமநிலை சாத்தியமாவதற்கு  $\mu$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- 16) a) O குறித்து A, C என்றபுள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $\underline{a}$ ,  $\underline{a} + \underline{b}$  ஆகும்.  $\overline{OD} = \frac{3}{2} \underline{a}$  ஆகுமாறு. D ஆனது ஓர் புள்ளி ஆகும். M என்பது  $AM : MC = 1 : 2$  ஆகுமாறு AC மீதுள்ள புள்ளி ஆகும். OACR இணைகரமாகுமாறு R ஆனது ஓர் புள்ளி ஆகும். OC, RM என்பன K இல் இடைவெட்டுகின்றன.  $RK = \lambda RM, OK = \mu OC$  எனக் கொண்டு.
- i) R, M, இன் தானக்காவிகளை  $\underline{a}, \underline{b}$  இல் தருக.
- ii) R, M, D நேர்கோட்டிலுள்ளது எனக்காட்டுக.
- iii)  $\overline{RK}, \overline{OK}$  என்பவற்றை  $\underline{a}, \underline{b}, \lambda, \mu$  என்பவற்றில் காண்க.. பொருத்தமான காவிக்கூட்டலைப் பயன்படுத்தி  $\lambda, \mu$  யைக்காண்க
- $OK : KC, RK : KM$  என்பவற்றைக் காண்க.
- b) ABCDEF என்பது 4a பக்கமுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணி. அறுகோணியின் மையம் O. M என்பது CD இன் நடுப்புள்ளி OB ஐ X அச்சாகவும் OM ஐ Y அச்சாகவும் கொண்டு வழமையான குறிப்பீடுகளில்  $2a \underline{i} - 2\sqrt{3}a \underline{j}, 2a \underline{i} + 2\sqrt{3}a \underline{j}, -4a \underline{i}$  ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே  $4P \underline{i} - \sqrt{3}P \underline{j}, -4P \underline{i} - \sqrt{3}P \underline{j}, 2\sqrt{3} P \underline{j}$  ஆகிய விசைகள் தாக்குகின்றன.

- i) தொகுதி இணைக்கு ஒடுங்குமெனக் காட்டுக.  
ii) தொகுதியுடன்  $\vec{FC}$  வழியே  $2P$  மேலதிக விசை சேர்க்கப்படின் ஒடுங்கும் தனிவிசையின் பருமன், திசை, தாக்கக்கோடு என்பவற்றைக் காண்க.

- 17) a) ஒவ்வொன்றும்  $2a$  நீளமும்  $w, 2w$  நிறையுடைய  $AB, BC$  என்ற கோல்கள்  $B$  ல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முனை  $A$  ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது.  $AB, BC$  நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணங்கள் முறையே  $\alpha, \beta$  ஆகும். படத்தில் உள்ளவாறு  $C$  இல்  $CB$  உடன்  $30^\circ$  கோணத்தில் பிரயோகிக்கப்படும்  $\sqrt{3}w$  என்ற விசையால் சமநிலையில் பேணப்படுகின்றது.  $\alpha, \beta$  ஐயும் மூட்டு  $B$  இதுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.



b)



$AB, BC, BD, CD, AC$  ஆகிய இலேசான  $W$  கோல்களாலான சட்டப்படல் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. நிலைத்த புள்ளி  $A$  இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது.  $D$  ல்  $W$  நிறையும்  $C$  இல்  $P$  என்ற விசையும் பிரயோகிக்கப்படுகின்றன.  $CD$  கிடையானது. போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி மூட்டுக்களுக்கு தகைப்புவரிப்படம் வரைக. அதிலிருந்து

- i) கோல்களிலுள்ள இழுவை, உதைப்புகளை வேறுபடுத்திக் காட்டி அவற்றைக் காண்க.  
ii)  $P$  இன் பெறுமானத்தை வரைபிலிருந்து காண்க.