සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

07 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2010 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2010 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2010

ගණිතය	I	පැය තුනයි
கணிதம்	I	மூன்று மணித்தியாலம்
Mathematics	I	Three hours

✻ ප්‍රශ්න **අටකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (*a*) පහත දැක්වෙන පද එක එකක් කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න :
   (i) පුනරුක්තිය,
   (ii) විසංවාදය,
   (iii) තර්කානුසාරී තුල්‍යතාව.

   (*b*) p හා q යනු ප්‍රස්තුත යැයි ගනිමු.
   පහත දැක්වෙන සංයුක්ත ප්‍රස්තුත එක එකක්, පුනරුක්තියක් හෝ විසංවාදයක් දැයි නිර්ණය කරන්න.
   (i) $[p\wedge(p\rightarrow q)]\rightarrow q$,
   (ii) $[(p\wedge q)\wedge\sim(p\vee q)]$.

   (*c*) p, q හා r යනු ප්‍රස්තුත යැයි ගනිමු.
   සත්‍යතා වගු භාවිත කර,
   $(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r)$ හා $p\rightarrow(q\wedge r)$ තර්කානුසාරී ලෙස තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

agaram.lk

2. (*a*) A, B හා C යනු දෙන ලද S කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. $A\setminus B$ කුලකය, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $(A\setminus B)=A\cap B'$ ලෙස අර්ථ දැක්වෙයි.
   යොදා ගන්නා ලද, කුලක වාදයේ එන ඕනෑම වීජීය නියමයක්, පැහැදිලි ලෙස ප්‍රකාශ කරමින්
   (i) $(A\setminus B)\setminus C=A\setminus(B\cup C)$,
   (ii) $A\cup(B\setminus C)=(A\cup B)\setminus(C\setminus A)$
   බව පෙන්වන්න.

   (*b*) සිසුන් සියදෙනකු අ. පො. ස. සාමාන්‍ය පෙළ (සාපෙ) හා උසස් පෙළ (උපෙ) විභාග දෙකම සඳහා ඉංග්‍රීසි භාෂාව විෂයයට පෙනී සිට ඇත. මෙම සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් සාපෙ දී සිසුන් 20 දෙනකු A ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථ හා සිසුන් 45 දෙනකු B ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථ ලබා ගෙන ඇත; උපෙ දී සිසුන් 43 දෙනකු අවු වශයෙන් C ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථ ලබා ගෙන ඇත. සාපෙ දී A ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථ ලබාගත් සිසුන් 17 දෙනකු උපෙ දී අවු වශයෙන් C ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථ ලබා ගෙන ඇත.

   එක්තරා භාෂා පාඨමාලාවක් සඳහා සුදුසුකම් ලැබීමට, සිසුවකු

   එක්කෝ

   සාපෙ දී A ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථයක්

   නැත්නම්

   සාපෙ දී B ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථයක් හා උපෙ දී අවු වශයෙන් C ශ්‍රේණියේ සාමාර්ථයක්

   ඉංග්‍රීසි භාෂාවට ලබා තිබිය යුතු ය.

සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් 40 දෙනකු භාෂා පාඨමාලාවට සුදුසුකම් ලබා ඇත්නම්,

(i) භාෂා පාඨමාලාව සඳහා සුදුසුකම් ලබා නොමැති නමුත් සාපෙ දී අඩු වශයෙන් B ශ්‍රේණියේ සාමර්ථ්‍යයක් ලබා ගෙන ඇති,

(ii) භාෂා පාඨමාලාව සඳහා සුදුසුකම් ලබා නොමැති නමුත් උපෙ දී අඩු වශයෙන් C ශ්‍රේණියේ සාමර්ථ්‍යයක් ලබා ගෙන ඇති,

(iii) උපෙ දී අඩු වශයෙන් C ශ්‍රේණියේ සාමර්ථ්‍යයක් සහ සාපෙ දී අඩු වශයෙන් B ශ්‍රේණියේ සාමර්ථ්‍යයක් ලබාගෙන නොමැති

සිසුන් ගණන සොයන්න.

3. (a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ \alpha & -4 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{A}$ හි ප්‍රතිලෝමය වන $\mathbf{A}^{-1}$ නොපැවතීම සඳහා α සොයා, $\mathbf{A}^{-1}$ පවතින විට එය ලබා ගන්න.

$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}$ වන අයුරින් α හි අගය සොයන්න.

(b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{Au} = 4\mathbf{u}$ හා $\mathbf{Av} = -4\mathbf{v}$ වන අයුරින් $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ නිශ්ශූන්‍ය තීර න්‍යාස සොයන්න.

$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{pmatrix}$ නම්, $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

agaram.lk

4. (a) R_1, R_2 හා R_3 සම්බන්ධයන්,

$\{0, 1, 2, 3\}$ කුලකය මත අර්ථ දක්වන ලද $R_1 = \{(0, 0), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (2, 1)\}$,

$R_2 = \{(n, m) \mid n$ හා m ධන නිඛිල වන අතර n යන්න m වලින් බෙදෙයි$\}$,

$R_3 = \{(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \mid \mathbf{A}$ හා $\mathbf{B}$ යනු 2×2 න්‍යාස වන අතර $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$ වේ$\}$

ලෙස අර්ථ දක්වේ.

ඉහත දක්වෙන සම්බන්ධ කවරක් (i) පරාවර්තී, (ii) සමමිතීය, (iii) සංක්‍රාම්‍ය, වේ ද?

(b) $\{(n, m) \mid n$ හා m ධන නිඛිල වන අතර $(m - n)$ යන්න 5 න් බෙදෙයි$\}$ යනු තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න. 4 හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

5. (a) $f(x) \equiv x^4 + x^3 + ax + b$ යනු x හි බහුපදයක් යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $f(x)$ යන්න $(x^2 - 1)$ න් බෙදූ විට, ලැබෙන ශේෂය $7 - 2x$ වේ.

(i) a හා b හි අගයන් සොයන්න.

(ii) $f(x)$ යන්න $(x + 1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය 9 බව පෙන්වන්න.

(b) α හා β යනු $x^2 + x - 1 = 0$ හි මූල නම්, $\alpha^2 = \beta + 2$ හා $\beta^2 = \alpha + 2$ බව සාධනය කරන්න.

$\dfrac{\alpha+1}{\beta+1}$ හා $\dfrac{\beta+1}{\alpha+1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2 + 3x + 1 = 0$ බව පෙන්වන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

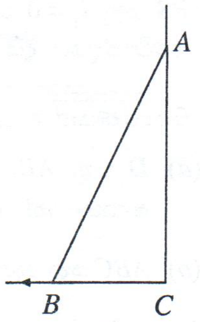
6. (*a*) x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න :

(i) $y = \cos^3 x + \sin\left(x^3\right)$,

(ii) $y = e^{ax} \ln x$; මෙහි a යනු තාත්ත්වික නියතයකි,

(iii) $y = \dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, $x \neq 1$.

(*b*) දිග මීටර 5 ක් වූ ඉනිමගක් තිරස් පොළොවකට හා සිරස් බිත්තියකට ලම්බ සිරස් තලයක තිබෙයි. ආරම්භයේදී, ඉනිමග සිරස් බිත්තියට හේත්තු කර ඇති අතර ඉනිමගෙහි පහළ කෙළවර බිත්තියේ සිට මීටර 3 ක දුරක් ඈතින් වෙයි. ඉනිමගෙහි පහළ කෙළවර බිත්තියෙන් ඉවතට රූපයේ දක්වෙන ආකාරයට පොළොව දිගේ එම සිරස්තලයේම අදිනු ලැබෙයි. t කාලයකදී, පහළ කෙළවර පොළොව දිගේ චලිත වූ දුර x යැයි ද, ඉහළ කෙළවර බිත්තිය දිගේ චලිත වූ දුර y යැයි ද ගනිමු.



$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඉනිමගෙහි පහළ කෙළවර පොළොව දිගේ බිත්තියෙන් ඉවතට චලනය වන ශීඝ්‍රතාව $x = 1$ හිදී 0.2 m/sec. වේ. එම මොහොතේදී ඉනිමගෙහි ඉහළ කෙළවර බිත්තිය දිගේ පහළට වැටෙන ශීඝ්‍රතාව සොයන්න.

7. (*a*) p හා q යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද, $n = 1, 2, \ldots$ සඳහා $a_n = \dfrac{1 + nqp^{n+1}}{p^n}$ යැයි ද ගනිමු.

$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ නම්, p, q හා n ඇසුරෙන් S_n සඳහා ප්‍රකාශනයක් සොයන්න.

$n = 5$, $p = 2$ හා $q = 3$ නම්, S_n හි අගය සොයන්න.

(*b*) මාසික වැල් පොළිය 1% ක් ගෙවනු ලබන ඉතිරිකිරීමේ ගිණුමක, පුද්ගලයෙක් පළමුවන වසරේ දී පමණක් එක් එක් මාසයේ පළමුවන දිනයේ දී රුපියල් 1000 ක් බැගින් තැන්පත් කරයි. දෙවන වසරේ දී එක් එක් මාසයේ පළමුවන දිනයේ දී රුපියල් 500 ක් බැගින් ආපසු ගනී. දෙවන වසර අවසානයේ ඔහුගේ ගිණුමෙහි ඉතිරි මුදල සොයන්න.

$\left[(1.01)^{12} \approx 1.125\right.$ යැයි ඔබට ගත හැකිය$\left.\right]$.

8. O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් P හා Q ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{p}$ හා $\mathbf{q}$ වේ. R ලක්ෂ්‍යයෙන් PQ රේඛාව $\mu : \lambda$ අනුපාතයට බෙදෙයි; මෙහි $\lambda + \mu \neq 0$ වේ. R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය වන $\mathbf{r}$ යන්න

$\mathbf{r} = \dfrac{\lambda\mathbf{p} + \mu\mathbf{q}}{\lambda + \mu}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක A, B හා C ශීර්ෂවල පිහිටුම් දෛශික, O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන්, පිළිවෙළින් $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ වේ. AD යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ මධ්‍යස්ථයක් වේ. AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ. AC රේඛාව F හි දී හමුවන සේ BE දික්කර ඇත.

E ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, F ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

(i) F ලක්ෂ්‍යයෙන් AC රේඛාව $1 : 2$ අනුපාතයට බෙදෙන බව,

(ii) E ලක්ෂ්‍යයෙන් BF රේඛාව $3 : 1$ අනුපාතයට බෙදෙන බව,

අපෝහනය කරන්න.

agaram.lk

[හතරවෙනි පිටුව බලන්න.

9. (α, β) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවක පරාමිතික සමීකරණ $\dfrac{x-\alpha}{a} = \dfrac{y-\beta}{b} = t$ ආකාරයෙන් දී ඇත; මෙහි $a^2 + b^2 = 1$ වේ.

$|t|$ යනු (α, β) ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x, y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව දිගේ මනින ලද දිග බව පෙන්වන්න.

$l_1 \equiv 2x + y + 6 = 0$ හා $l_2 \equiv 2x + 11y + 26 = 0$ සරල රේඛා P ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වේ. $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ සරල රේඛා මත පිළිවෙළින් Q හා R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $PQ = PR = 5\sqrt{5}$ වන පරිදි හා QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන S පළමුවන පාදකය තුළ පිහිටන ආකාරයට ය. Q හා R ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

PS යනු $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ සරල රේඛා අතර සුළු කෝණයේ හා මහා කෝණයේ සමච්ඡේදක අතුරින් කුමන සමච්ඡේදකය දැයි නිර්ණය කරන්න.

10. ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **කෝසයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කරන්න.

(a) D යනු ABC ත්‍රිකෝණයක BC පාදයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද, AD යන්න AC ට ලම්බද නම්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a^2 - c^2 = 3b^2$ බව පෙන්වන්න.

(b) ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද, D හා E යනු $BD = DE = EC$ වන ආකාරයට BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය යැයි ද, $C\hat{A}E = \theta$ යැයි ද ගනිමු. $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm හා $CA = 4$ cm නම්, එවිට $\tan\theta = \dfrac{3}{8}$ බව පෙන්වන්න.

11. (a) A හා B යනු $P(A) = \dfrac{5}{12}$, $P(A \mid B') = \dfrac{7}{12}$ හා $P(A \cap B) = \dfrac{1}{8}$ ආකාරයේ වූ සිද්ධි වෙයි: මෙහි B' මගින් B හි අනුපූරකය දක්වෙයි.

$P(B)$, $P(A \cup B)$ හා $P(B \mid A')$ සොයන්න.

A හා B සිද්ධි

(i) අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර, (ii) ස්වායත්ත

වේ දැයි, හේතු සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) එක් එක් කොටසක් දෝෂ සහිතවීමේ සම්භාවිතාව 0.01 ක් වූ ස්වායත්ත ලෙස නිපදවනු ලබන කොටස් හතරකින්, නිෂ්පාදකයෙක් සෙල්ලම් භාණ්ඩයක් එකලස් කරයි. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද සෙල්ලම් භාණ්ඩයක් දෝෂ සහිතවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(c) ඇලුමිනියම් බට නිපදවනු ලබන A, B හා C නම් යන්ත්‍ර තුනක් සහිත පට්ටලයක් කර්මාන්ත ශාලාවක තිබෙයි. පරීක්ෂකවරයකු A හෝ B හෝ වලින් බටයක් තෝරාගැනීම සමසේ සිදුකරයි. ඔහු C වලින් බටයක් තෝරාගැනීම, B වලින් බටයක් තෝරාගැනීම මෙන් තුන් ගුණයකි. A, B හා C යන්ත්‍රවල දෝෂ ශීඝ්‍රතා පිළිවෙළින් 10%, 10% හා 20% වෙයි.

පරීක්ෂකවරයා විසින් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනු ලබන බටයක්

(i) A යන්ත්‍රයෙන් වීමේ, (ii) දෝෂ සහිත එකක් වීමේ,

(iii) දෝෂ සහිත එකක් යැයි දී ඇති විට එය B යන්ත්‍රයෙන් වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

12. පිරවුම් පොළක දෛනික ඩීසල් වෙළඳාම පිළිබඳව තොරතුරු වගුවෙහි දෙනු ලැබේ.

(i) දත්ත නිරූපණය සඳහා ස්තම්භ ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

ඒ නයින්, ව්‍යාප්තියේ මාතය සොයන්න.

(ii) සුදුසු කේතන ක්‍රමයක් යොදාගෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය ලීටරවලින්	වාහන ගණන
0 - 10	3
10 - 20	9
20 - 30	15
30 - 40	27
40 - 50	34
50 - 60	29
60 - 70	19
70 - 80	10
80 - 90	4

* * *

agaram.lk

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

07 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2010 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2010 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2010

ගණිතය	II	පැය තුනයි
கணிதம்	II	மூன்று மணித்தியாலம்
Mathematics	II	Three hours

* ප්‍රශ්න **අටකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (*a*) $|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} n! & (n+1)! & (n+2)! \\ (n+1)! & (n+2)! & (n+3)! \\ (n+2)! & (n+3)! & (n+4)! \end{vmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි n යනු ධන නිඛිලයකි.

නිශ්චායක පිළිබඳ ගුණ උපයෝගී කරගනිමින් $|\mathbf{A}| = 2(n!)\{(n+1)!\}\{(n+2)!\}$ බව පෙන්වන්න.

$\left(\dfrac{|\mathbf{A}|}{(n!)^3} - 4\right)$ යන්න n වලින් බෙදෙන බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) $x - \lambda y + z = 3\lambda$
$x - y + \lambda z = -2$
$\lambda x + y + z = 2$

සමීකරණ පද්ධතිය සලකමු.

ඉහත පද්ධතිය $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ ලෙස, න්‍යාස අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\lambda = 2$ විට, $|\mathbf{A}|$ අගයමින් පද්ධතියට අනන්‍ය විසඳුමක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) $\lambda = 1$ විට, පද්ධතියට විසඳුමක් නොමැති බව පෙන්වන්න.

(iii) $\lambda = 0$ විට, පද්ධතිය සමීකරණ දෙකකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී විසඳුමෙහි සාධාරණ ආකාරය සොයන්න.

2. X හා Y නිෂ්පාදන දෙකක්, කර්මාන්ත ශාලාවක නිපදවෙයි. X හා Y හි ඒකක එක එකක් සඳහා අවශ්‍ය ශ්‍රමය, ද්‍රව්‍යය හා පරීක්ෂණ කාලය පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වෙන වගුවෙහි දී ඇත:

නිෂ්පාදනය	ශ්‍රමය (මිනිත්තු)	ද්‍රව්‍ය (කි.ග්‍රෑම්)	පරීක්ෂණ කාලය (මිනිත්තු)
X	30	2	3
Y	15	4	4

ඕනෑම සතියක දී, පැය 30 ක ශ්‍රමයක් හා කිලෝග්‍රෑම් 282 ක ද්‍රව්‍ය, ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇත. පරීක්ෂණ උපකරණය අඩු තරමින් සතියකට පැය 4 ක් වත් භාවිත කළ යුතු වෙයි. පවතින ඇණවුම් නිසා X නිෂ්පාදනයෙන් අඩු තරමින් ඒකක 20 ක් වත් සතියකට නිපදවිය යුතු ය. X නිෂ්පාදනයේ ඒකකයක් රුපියල් 12 කට ද, Y නිෂ්පාදනයේ ඒකකයක් රුපියල් 9 කට ද විකුණනු ලැබෙයි.

(i) ඉහත අවස්ථාව රේඛීය ප්‍රක්‍රමණ ගැටළුවක් ලෙස සූත්‍රගත කරන්න.

(ii) ප්‍රස්තාරික ක්‍රමයක් භාවිතයෙන්

(*a*) ආදායම උපරිම කරනු ලබන සතියක නිෂ්පාදනය,

(*b*) ආදායම අවම කරනු ලබන සතියක නිෂ්පාදනය,

සොයන්න.

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

3. (*a*) $\dfrac{4x}{2x-3} \le (x+1) < \dfrac{9}{x-7}$, $x \ne \dfrac{3}{2}, 7$ අසමානතාව සපුරාලනු ලබන තාත්ත්වික අගය කුලකය සොයන්න.

(*b*) $y=|x|+2$ හා $y=|2x-1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනක ඇඳ, **ඒ නයින්** $|2x-1|-|x|<2$ අසමානතාව විසඳන්න.

4. (*a*) සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහා (n^2+n) ඉරට්ටේ බව පෙන්වන්න.

සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහා n^3+3n^2-4n යන්න 6 න් බෙදෙන බව **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** මගින් සාධනය කරන්න.

(*b*) $\dfrac{3}{1.2}\left(\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{4}{2.3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{5}{3.4}\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\cdots$ ශ්‍රේණියේ n වන පදය වූ u_n ලියා දක්වන්න.

$u_n = v_n - v_{n+1}$ වන පරිදි v_n සොයන්න.

ඒ නයින් $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} u_r = 1 - \frac{1}{(n+1)2^n}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

5. (*a*) රථ ගාලක නැවතුම් ස්ථාන 8 ක් එකිනෙකට යාබදව පෙළක පිහිටයි.

මෙම නැවතුම් ස්ථානවල,

(i) කෙළවර ස්ථාන දෙක වෑන් සඳහා වෙන්කර ඇත්නම්,

(ii) ඕනෑම වෑන් දෙකක් එකිනෙකට යාබදව නැවැත්විය නොහැකි නම්,

කාර් 6 ක් හා වෑන් 2 ක් කොපමණ ආකාර ගණනකට නැවැත්විය හැකි ද?

(*b*) පිරිමි ළමයින් 12 ක් හා ගැහැනු ළමයින් 18 ක් අඩංගු කණ්ඩායමකින්, සිසුන් 10 ක කුඩා කණ්ඩායමක් තෝරා ගෙන ඇත්තේ තෝරා ගත් කණ්ඩායමට අඩු තරමින් පිරිමි ළමයින් 4 ක් හා ගැහැනු ළමයින් 4 ක් අඩංගුවන ලෙස ය. මෙම කණ්ඩායම කොපමණ ආකාර ගණනකට තෝරා ගත හැකි දැයි සොයන්න.

(ඔබේ පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නොවේ.)

6. (*a*) වාර්ෂික වැල් පොලිය 10% ක් යටතේ ගන්නා ලද රුපියල් 100,000 ක ණයක්, වාර්ෂික සමාන කොටස් 15 කින්, එක් එක් වර්ෂය අවසානයේ දී, ගෙවනු ලැබෙයි. එම වාර්ෂික කොටස සොයන්න.

අටවෙනි ගෙවීමත් සමගම පහත දැක්වෙන ආකාරයට ණය පිළිබඳ ව නැවත සාකච්ඡා කෙරිනි.

(i) ඊළඟ අවුරුදු එකොළහ තුළ තරම K වූ වාර්ෂික ගෙවීම් එකොළහකින් ඉතිරි ණය ගෙවීම

(ii) පොලී අනුපාතය, 11% ක වාර්ෂික වැල් පොලියට වෙනස් කිරීම

K සොයන්න.

[$(1.1)^{15} \simeq 4.2$, $(1.1)^{8} \simeq 2.1$ සහ $(1.11)^{11} \simeq 3.2$ යැයි ඔබට ගත හැකිය.]

(*b*) $(2+x)^2\left(2-\dfrac{x}{2}\right)^6$ හි ප්‍රසාරණයේ x^5 හි සංගුණකය සොයන්න.

agaram.lk

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

7. (a) $f(x)$ යනු x හි 3 වෙනි මාත්‍රයේ බහුපදයක් යැයි ගනිමු. $x=-\frac{1}{3}$ හා 1 හි දී $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය ශූන්‍ය වෙයි. මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී $y=f(x)$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $y+x=0$ වෙයි. $f(x)$ නිර්ණය කරන්න.

(b) O ධ්‍රැවයේ සිට, ධ්‍රැවය ඔස්සේ නොයන l නම් රේඛාවකට අඳින ලද ලම්බකය, ආරම්භක රේඛාවට α කෝණයකින් ආනත වන අතර d දිගින් යුක්ත වෙයි. l රේඛාවේ ධ්‍රැවක සමීකරණය $r=d\sec(\theta-\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $r\cos\theta=1$ හා $r\sin\theta=\sqrt{3}$ ධ්‍රැවක සමීකරණවලින් සරල රේඛා දෙකක් නිරූපනය වන බව පෙන්වන්න.

(i) රේඛා දෙක අතර කෝණය,

(ii) රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක

සොයන්න.

8. (a) $\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)}\,dx$ සොයන්න.

(b) $I=\int_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$ යැයි ගනිමු.

$x=\sin\theta$ ආදේශය යොද ගනිමින්, $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\,d\theta$ බව පෙන්වන්න.

සුදුසු විචල්‍ය වෙනස් කිරීමක් යොද ගනිමින්,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\,d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\,d\theta$$ බව පෙන්වන්න.

agaram.lk

ඒ නයින්, I අගයන්න.

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2\theta\,(1+\sin\theta)\,d\theta = \frac{\pi}{8}-\frac{5}{12}\left(\sqrt{2}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

9. (a) දක්වා ඇති x හි අගයන් සඳහා $f(x)=e^{x^2}$ ශ්‍රිතයේ අගයන් පහත දක්වෙන වගුවෙහි දී ඇත.

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x)$	1.0000	1.0645	1.2840	1.7551	2.7183

ත්‍රපිසාභ නීතිය යොද ගනිමින්, $\int_0^1 e^{x^2}\,dx$ අනුකලය සඳහා ආසන්න අගයක් දශමස්ථාන හතරකට නිවැරදිව සොයන්න.

(b) $y=\frac{3}{4}x^2$ වක්‍රය හා $3x-2y+12=0$ සරල රේඛාව මගින් වටවූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

[හතරවෙනි පිටුව බලන්න.

10. $S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ වෘත්තය හා $l \equiv px+qy+r=0$ සරල රේඛාව, A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී එකිනෙක ඡේදනය වෙයි. $S+\lambda l=0$ සමීකරණය විවරණය කරන්න; මෙහි λ පරාමිතියකි.

$S_1 \equiv x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

$l' \equiv y-mx=0$ සරල රේඛාව හා $a \neq 0$ වූ $S' \equiv x^2+y^2-2ax+\dfrac{a^2}{1+m^2}=0$ වෘත්තය, P හා Q ලක්ෂ්‍යවල දී එකිනෙක ඡේදනය වෙයි.

PQ විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය $S'' \equiv (1+m^2)(x^2+y^2)-2a(x+my)+a^2=0$ බව පෙන්වන්න. $S'=0$ හා $S''=0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න..

11. (*a*) $A+B+C=\pi$ නම් $\sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 4\cos A \cos B \sin C$ බව සාධනය කරන්න.

$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4\sin A \sin B \sin C$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) සියලු x සඳහා $\cos x+\sqrt{3}\sin x = R\cos(x-\alpha)$ වන පරිදි R හා α සොයන්න.

(i) සියලු x සඳහා $\cos x+\sqrt{3}\sin x+2$ ඍණ නොවන බව පෙන්වන්න.

(ii) $-\pi < x \leq \pi$ පරාසය තුළ $y=\cos x+\sqrt{3}\sin x+2$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) $-\pi < x \leq \pi$ පරාසය තුළ $\cos x+\sqrt{3}\sin x+1=0$ සමීකරණයේ විසඳුම් සියල්ල සොයන්න.

12. රාජා එක්කෝ නියමිත වේලාවට, නැත්නම් ප්‍රමාදව පාසලට පැමිණේ. ඔහු කිසිවිටෙක අනුයාත දින දෙකක දී ප්‍රමාදව නොපැමිණේ. ඕනෑම දිනයක දී රාජා නියමිත වේලාවට පැමිණේ නම් ඔහු ඊට පසු දින ප්‍රමාදව පැමිණීමේ සම්භාවිතාව 0.25 වේ.

agaram.lk

(i) අනුයාත දින පහක් සඳහා, රාජාගේ පාසලට පැමිණීමේ ක්‍රියාවලියෙහි සම්භාවිතා රුක් සටහන අඳින්න.

(ii) රාජා අද දින ප්‍රමාදව පැමිණේ නම් ඔහු තව දින හතරකින් ප්‍රමාදව පැමිණීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) රාජා අද දින නියමිත වේලාවට පැමිණේ නම්, ඔහු තව දින තුනකින් ප්‍රමාදව පැමිණීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iv) පැමිණීමේ ක්‍රියාවලියෙහි එක්-පියවර සංක්‍රමණ න්‍යාසය වන **P** ලියා දක්වන්න.

(v) දිගු කාලීනව, දින කීපයකට වරක් රාජා පාසලට ප්‍රමාදව පැමිණේ ද?

* * *